Some good binary (t, m, s)-nets

Jürgen Bierbrauer
Department of Mathematical Sciences
Michigan Technological University
Houghton, Michigan 49931 (USA)
Yves Edel
Mathematisches Institut der Universität
Im Neuenheimer Feld 288
69120 Heidelberg (Germany)

February 8, 1997

Abstract

We present generator matrices fore some good binary (t, m, s)-nets.

Introduction

The ordering is with increasing strength $m-t$, and in this category with increasing t. Let a q-ary net (t, m, s) be given. If $m < s$, then the first columns per block form the check matrix if a q-ary linear code $[s, s-m, m-t+1]$. Schmid has shown that the existence of a net (t, m, s) implies a q-ary net $(t, m-1, s)$. This in turn therefore implies a code $[s, s-m+1, m-t]$. This is an interesting observation as a code $[n, k, d]$ does not in general imply a code $[n, k+1, d-1]$. This link to codes enables us to give tighter bounds on s than can be obtained from general methods like the LP-bound, by using the accumulated knowledge on nonexistence of linear codes as documented in the data base [1]. We stress that these bounds are valid for digital nets, defined over $\mathbb{F}_q$, not for arbitrary nets.

The new binary parameters

(4,8,17)
(5,9,23)
(6,10,32)
(7,11,47)
(10,14,128)
(3,8,10)
(4,9,14)
(5,10,18)
(6,11,24)
(7,12,36)
(8,13,45)
(5,11,14)
(6,12,17)
(7,13,22)
(8,14,26)
(9,15,32)
(5,12,13)
(6,13,16)
(7,14,20)
(8,15,22)
(9,16,24)
(4,12,9)
(5,13,11)
(7,15,16)
(5,14,10)
(6,15,12)
(7,16,14)
(6,16,11)

1 Binary net $(1, 5, 5)$

This is optimal, attributed to Larcher.

100	011	011	001	011
011	100	001	011	010
010	010	100	010	001
010	001	010	100	010
001	010	010	010	100

2 Binary net $(2, 6, 8)$

This is optimal, attributed to Larcher et. al.

100	011	011	001	011	001	111	111
011	100	011	010	001	011	110	010
010	010	100	001	010	010	101	001
010	001	010	100	010	000	010	100
001	010	010	010	100	010	000	110
000	000	000	010	000	100	100	100

3 Binary net $(4, 8, 17)$

This belongs to the first binary family in [2]. Here $s = 17$ is optimal as a digital net $(4, 8, 18)$ would imply a code $[18, 10, 5]$, which does not exist.

100	001	011	011	011	001	011	001	111	111	001	101	111	011	011	010	111
011	100	011	001	010	011	001	010	101	001	111	001	111	111	001	011	100
010	011	100	000	001	010	010	001	110	010	010	100	010	110	110	001	101
001	010	010	100	010	010	010	010	000	100	100	010	100	000	110	000	110
010	010	000	010	100	000	000	010	010	100	010	110	000	110	010	100	100
000	010	010	010	000	100	000	000	000	010	110	110	000	010	110	110	100
000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	110	100	100	100	110
000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

4 Binary net $(5, 9, 23)$

$s = 23$ is optimal as there is no code $[24, 15, 5]$.

011	001	001	011	001	011	001	001	100	101	111	111	001	001	111	101	111	111	001	001	101	011	101
011	011	001	010	011	001	010	100	011	111	101	001	111	101	111	110	101	011	101	100	001	000	011
000	000	010	001	010	010	100	001	010	100	010	100	010	110	010	011	100	000	110	111	000	001	110
010	010	010	000	000	100	001	010	001	100	010	010	110	000	100	110	010	100	010	100	110	010	010
010	010	010	000	100	000	010	010	000	010	110	110	010	110	000	100	100	010	100	000	010	100	010
000	000	000	100	010	010	000	010	000	010	100	010	100	010	110	000	000	100	100	110	000	010	100
000	000	100	010	000	000	010	000	010	010	000	100	100	000	000	110	010	010	110	010	110	110	110
000	100	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	000	000	000	100	100	100	100
100	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	100	100	100	100

5 Binary net $(6, 10, 32)$

We have $s \leq 37$ as there is no $[38, 28, 5]$.

100	011	011	011	011	011	001	011	001	011	011	001	101	011	011
001	100	011	011	010	010	011	010	011	001	101	011	001	010	001
011	010	100	010	001	001	010	010	000	010	000	110	010	001	010
010	001	010	100	000	000	000	001	010	010	000	100	110	110	100
010	000	000	010	100	000	000	000	000	000	110	010	100	100	110
000	010	010	000	010	100	010	000	010	010	010	110	010	100	010
000	000	000	000	000	010	100	000	000	000	000	000	100	100	100
000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	100	100	100	100	000
000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	100	000	100	100	000
000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	100	000	100	100

001	011	101	111	101	111	011	011	111	011	101	011	011	101	101	111	101
101	111	101	101	011	011	111	001	101	001	011	101	111	101	111	011	011
000	100	110	110	110	010	010	100	000	110	010	010	100	110	110	100	000
010	010	110	010	110	010	010	110	100	100	100	010	000	000	000	110	010
110	010	010	010	110	010	000	110	010	000	000	100	110	110	110	010	110
110	110	010	010	110	010	100	110	100	000	100	000	000	100	100	000	100
100	000	000	100	000	100	010	000	110	110	110	110	010	010	010	010	110
000	100	000	100	000	000	100	100	100	100	000	000	000	000	100	000	000
000	100	000	100	100	100	000	100	000	000	100	100	000	100	000	100	000
000	000	100	000	100	100	100	000	100	000	000	100	100	000	100	000	100

6 Binary net $(7, 11, 47)$

Here $s \leq 61$ as there is no $[62, 51, 5]$. The construction of a digital net $(7, 11, 48)$ would imply a code with new parameters $[48, 37, 5]$.

100	111	111	111	101	101	111	101	101	111	101	111	101	101	111	111	101	111	101	111	101	101	111	101
011	101	011	110	001	101	011	111	101	011	111	011	101	011	101	001	001	110	011	101	001	111	001	101
001	010	010	010	110	100	110	110	000	000	000	010	110	110	110	100	100	111	100	100	010	010	010	000
000	010	110	101	000	000	100	100	110	110	010	010	110	110	010	010	100	110	000	000	100	100	000	010
010	100	000	100	110	010	110	010	110	010	110	010	010	110	010	100	010	100	010	110	110	010	110	010
000	000	100	100	100	100	000	000	000	000	100	100	100	100	000	010	010	010	110	110	110	110	010	010
000	100	100	000	100	000	100	000	100	000	100	000	000	100	100	000	100	000	000	100	100	000	100	000
000	000	000	100	000	000	000	100	100	100	000	100	000	000	100	000	100	100	000	100	100	100	000	100
000	000	100	000	000	100	000	000	100	000	100	100	100	100	000	100	000	000	000	100	000	100	100	100
000	100	100	100	100	100	000	100	100	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100	000	100	000	000	000
000	000	000	000	100	000	000	100	100	000	100	000	000	000	100	100	000	100	000	100	000	000	100	100

101	101	101	111	111	101	111	101	011	001	001	011	001	011	011	011	011	011	001	011	001	011	011
111	001	101	011	101	001	111	011	100	001	010	101	001	111	001	001	111	001	001	111	111	111	111
100	110	110	110	000	000	000	010	011	100	011	000	100	110	010	000	100	100	110	100	010	000	110
010	010	110	100	010	000	110	110	010	000	100	000	100	010	000	110	100	100	000	010	110	100	100
110	000	110	010	010	100	010	110	000	010	010	000	000	010	000	000	010	000	000	000	000	010	000
010	000	110	110	110	100	010	010	000	000	000	100	100	110	110	110	100	010	110	010	110	010	010
000	110	000	100	000	110	100	000	010	010	010	010	000	100	010	110	110	010	110	010	010	110	110
000	000	000	100	100	100	100	000	000	000	000	000	010	100	100	100	000	000	000	000	100	100	100
100	000	000	000	100	100	100	000	000	000	000	000	000	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100
000	000	000	100	100	000	100	100	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	100	100	100
100	100	100	100	100	000	000	100	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	100	100	100

7 Binary net $(10, 14, 128)$

The upper bound is $s \leq 179$ as there is no $[180, 166, 5]$.

100	011	011	001	011	011	011	011	001	001	001	001	011	011	101	011	011	011	111	001	101	101	011	001	111	001	011	011	101	111	001	001
011	100	010	011	001	010	010	001	011	011	001	011	011	001	011	111	011	011	001	111	001	111	101	011	001	111	011	001	011	101	101	011
010	001	100	010	010	001	010	000	010	000	010	010	010	000	000	000	100	010	000	010	110	000	110	100	010	010	100	000	010	010	100	100
010	010	001	100	000	010	001	010	000	010	010	010	010	000	100	100	110	000	010	010	110	110	010	100	000	110	100	000	000	100	110	010
001	010	010	010	100	000	000	000	000	000	000	000	000	010	110	110	110	010	010	110	010	000	000	110	000	000	010	010	110	110	010	110
000	000	000	000	010	100	000	010	010	010	010	010	010	010	110	010	110	110	010	010	110	100	100	100	100	100	000	100	000	100	000	100
000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	100	110	110	010	010	110	010	010	010	110	010	010
000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	000	000	100	000	100	100	000	000	100	100	100	100	100	100	000	100	000	100	000
000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	000	000	000	100
000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	000	100	000	100	100	000	000	100	100	100	100	100	100	000	100	000	100
000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	100	000	100	100	000	000	100	000	000	000	100	100	000	000	100	100	100	100
000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	100	000	100	100	000	000	100	000	000	000	100	100	000	000	100	100	100
000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	000	000	000	100	000	100	100	000	000	100	000	000	000	100	100	000	000	100	100
000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	100	100	100	100	000	000	100	000	000	000	100	100	100	100	000	100	100	100	000

111	111	101	101	101	001	011	001	001	111	111	011	001	001	111	011	101	111	111	101	101	011	111	011	011	101	101	111	001	101	011	111
010	101	111	111	101	101	001	011	011	011	101	111	001	011	001	111	011	111	101	101	111	110	001	101	011	001	101	101	111	001	111	011
011	000	110	100	110	110	110	000	010	000	000	100	110	000	010	010	100	000	110	110	110	101	100	010	110	010	000	100	100	110	000	110
110	110	010	000	100	110	100	110	010	110	000	000	100	100	100	100	010	010	000	010	100	100	000	010	100	100	110	010	110	010	010	010
110	110	110	100	100	000	000	100	000	000	110	110	010	110	010	110	010	100	100	100	000	100	010	000	110	010	010	010	110	110	110	110
000	100	000	010	110	010	110	110	110	010	110	110	010	010	010	110	010	000	100	100	100	000	000	100	000	100	000	000	100	100	100	100
010	010	110	110	010	110	110	110	110	110	110	010	010	110	010	010	110	100	000	100	000	100	000	100	100	100	000	100	000	000	100	000
100	000	100	000	000	100	000	100	100	100	000	100	100	000	000	000	100	010	010	110	110	110	010	010	110	010	110	010	010	110	110	110
100	000	100	000	100	100	000	000	100	100	000	100	100	000	000	100	100	100	100	000	100	000	000	100	100	100	100	000	000	000	000	100
000	100	000	100	000	000	100	000	100	100	100	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100	100	100	000	000	100	000	100	000	000	100	100
100	000	000	000	000	100	100	000	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100	000	000	100	100	100	000	100	000	100	000	100	100	000
100	100	000	000	000	000	100	100	000	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100	000	000	100	100	100	000	100	000	100	000	100	100
100	100	100	000	000	000	000	100	100	000	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100	000	000	100	100	100	000	100	000	100	000	100
100	000	100	000	000	000	000	000	100	000	000	000	000	100	100	000	100	000	100	000	000	100	100	100	000	100	000	000	100	100	000	000

001	111	111	001	101	011	011	001	001	011	001	111	011	111	111	001	111	011	111	001	101	111	101	011	011	101	011	111	111	101	111	101
111	001	101	111	001	111	001	011	001	011	001	001	111	001	111	111	001	111	011	101	011	101	101	101	001	001	101	011	101	111	111	111
000	110	000	100	100	000	110	010	000	000	010	010	010	110	000	100	110	010	110	000	110	010	110	100	100	010	010	110	000	110	100	100
100	100	100	010	010	010	110	010	100	100	100	000	000	110	100	000	000	000	010	110	100	110	110	000	010	100	000	100	110	110	100	010
110	000	100	000	000	100	000	100	110	110	110	110	010	010	000	100	000	000	100	000	100	100	100	010	100	010	110	010	110	110	010	010
010	110	010	110	010	010	010	010	110	010	110	010	110	110	100	100	000	000	100	000	100	000	000	100	100	100	000	000	100	000	000	000
000	000	100	100	100	100	100	000	100	000	000	100	000	100	110	110	110	110	010	010	010	110	010	010	110	010	110	110	110	010	110	010
110	010	110	010	110	010	010	010	010	110	010	110	010	110	110	110	110	010	010	110	010	110	010	010	110	110	110	010	010	110	010	010
100	000	000	100	100	100	000	100	000	000	000	100	100	100	000	000	000	100	000	100	100	100	000	000	100	100	000	000	000	000	100	100
100	100	000	100	000	100	000	000	000	000	100	000	100	000	100	100	100	100	000	000	100	000	100	000	000	100	100	100	000	000	100	000
100	000	000	000	000	000	000	100	000	100	100	000	100	000	100	000	100	100	100	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100	000	000
000	100	000	000	000	000	000	000	100	000	100	100	000	100	000	100	000	100	100	100	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100	000
100	000	100	000	000	000	000	000	000	100	000	100	100	000	100	000	100	000	100	100	100	000	000	100	000	100	100	100	100	100	000	100
100	000	000	100	100	100	100	100	100	100	000	000	100	000	000	100	100	000	000	100	000	100	100	100	000	000	100	000	100	000	100	100

001	101	011	001	011	111	101	001	011	011	001	101	101	101	101	101	001	011	111	111	011	011	001	101	011	011	111	101	011	101	011	011
101	001	111	001	001	011	101	101	011	001	001	001	111	111	101	101	111	011	001	111	110	001	001	011	101	001	001	101	111	001	101	001
100	110	000	100	010	010	000	110	110	010	000	010	000	110	100	110	110	110	010	010	101	100	010	010	010	110	000	000	100	110	010	100
010	110	100	000	100	110	010	000	100	110	000	100	010	100	110	010	000	000	110	110	100	010	010	010	010	000	010	010	010	010	010	100
110	010	000	100	100	110	100	100	100	000	110	110	000	010	010	010	110	000	010	010	100	000	000	100	100	110	010	010	010	010	010	100
100	100	010	110	110	100	010	110	010	010	110	010	110	010	110	010	100	000	110	110	100	100	100	100	000	000	100	100	000	100	000	010
110	010	110	110	010	010	110	010	010	110	110	110	110	110	110	010	100	100	010	010	000	000	100	000	000	000	100	000	000	100	100	100
010	110	110	010	110	110	110	010	110	010	010	110	010	110	010	110	000	100	010	110	100	100	100	100	100	000	000	100	100	000	100	000
100	100	000	000	100	000	100	100	100	100	000	000	100	100	000	100	110	010	000	100	110	010	110	010	110	110	010	010	010	110	110	110
000	000	100	100	000	100	100	100	000	100	000	000	100	000	100	000	100	000	100	000	100	100	100	100	100	100	000	000	100	100	000	100
000	100	100	000	000	000	000	100	100	100	100	100	000	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100	100	000	100	000	000	000	100	000	000
000	000	100	100	000	000	000	000	100	100	100	100	100	000	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100	100	000	100	000	000	000	100	000
000	000	000	100	100	000	000	000	000	100	100	100	100	100	000	000	100	100	000	000	000	100	000	000	100	100	000	100	000	000	000	100
000	000	000	000	100	000	000	000	000	000	100	000	100	000	100	100	100	000	100	100	100	100	000	000	000	100	000	000	100	100	100	100

8 Binary net $(2, 7, 7)$

Attributed to Larcher and Niederreiter, upper bound $s = 8$ according to the table.

1000	0111	0111	0111	0111	0011	0111
0111	1000	0110	0110	0010	0110	0010
0101	0110	1000	0101	0110	0110	0001
0110	0101	0010	1000	0001	0001	0110
0100	0010	0101	0010	1000	0100	0100
0010	0100	0100	0000	0100	1000	0100
0000	0000	0000	0100	0100	0100	1000

9 Binary net $(3, 8, 10)$

The upper bound is $s \leq 11$ as there is no code $[12, 5, 5]$. Here we have used Schmid's theorem mentioned in the Introduction.

1000	0111	0111	0011	0111	0011	0011	0011	1111	1011
0111	1000	0111	0110	0010	0110	0110	0001	1010	1110
0101	0010	1000	0001	0101	0110	0001	0110	1001	0101
0010	0101	0010	1000	0110	0001	0110	0000	1000	0110
0110	0110	0010	0110	1000	0000	0100	0110	0110	1000
0000	0000	0100	0100	0100	1000	0000	0100	0100	1100
0100	0100	0100	0100	0100	0100	1000	0100	0100	0100
0000	0000	0000	0000	0000	0100	0100	1000	1000	1000

10 Binary net $(4, 9, 14)$

Upper bound $s \leq 17$, as a code $[18, 10, 5]$ does not exist. We have used Schmid's remark again.

1000	0011	0111	0111	0011	0011	0111	0011	0111	1011	1111	1111	0111	0111
0111	1000	0101	0010	0010	0010	0010	0010	0001	1110	1110	0110	1110	1010
0001	0101	1000	0001	0110	0110	0010	0010	0100	1001	0110	1110	0010	1010
0110	0110	0110	1000	0001	0101	0101	0101	0110	1000	0101	0001	1001	0001
0010	0010	0110	0010	1000	0000	0000	0100	0110	0010	1000	1100	0100	1100
0100	0000	0000	0100	0100	1000	0000	0100	0100	0100	1100	0100	1000	0100
0000	0100	0100	0100	0100	0000	1000	0000	0000	0100	0100	1100	1000	0100
0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	1000	0100	0100	0100	0100	0100	1000
0000	0000	0000	0000	0100	0100	0100	0100	1000	1000	1000	1000	1000	1000

11 Binary net $(5, 10, 18)$

We have $s \leq 23$ as an $[24, 15, 5]$ does not exist.

1100	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1100	1100	1000	1000	1000	1000	1000	1011	1011	1000	1000
0011	0001	0101	0110	0110	0101	0101	0110	1000	1010	1110	1001	0110	0001	1110	1110	1101	1101
0001	0110	0110	0101	0101	0010	0100	1000	0110	1001	1001	0010	1101	1100	1010	1100	1110	0110
0000	0100	0100	0000	0100	0100	1000	0001	0101	1000	0100	1100	0100	1010	0000	0010	1100	0100
0010	0000	0100	0000	0000	1000	0110	0100	0100	1000	0000	0000	1000	0100	1000	1000	0000	1000
0010	0100	0100	0100	1000	0000	0000	0100	0100	0100	1000	1000	0000	1000	0100	1000	1000	0000
0000	0100	0000	1000	0100	0100	0100	0100	0000	0100	1000	0000	1000	0100	1000	0000	0000	1000
0000	0000	1000	0100	0100	0000	0100	0000	0100	0000	0100	1000	1000	0000	0000	1000	0100	0000
0000	1000	0100	0000	0100	0000	0000	0000	0000	0100	0000	0100	0100	1000	1000	1000	0100	0100
1000	0000	0000	0000	0000	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	1000	1000

12 Binary net $(6, 11, 24)$

As there is no $[38, 28, 5]$ it follows $s \leq 37$.

1101	1001	1001	1101	1000	1011	1001	1001	1010	1101	1001	1001
1100	1100	1100	1100	0001	1010	1100	0000	0001	0110	1110	0000
1010	0010	0010	0110	1010	1110	0110	1010	0100	0010	0110	0110
0000	1100	0000	1100	0100	1000	0100	1100	1000	1000	1000	0100
1000	0000	1100	0100	1000	0000	1100	1100	0000	0000	1000	1000
1000	1000	0000	0100	0100	0100	1100	1000	1100	0000	0000	0100
0000	0000	0000	1000	0100	1000	0000	1100	0000	0000	1100	1000
0000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	1100	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	0100	1000	1000
0000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	0000	0000	0000	0000
0000	0000	1000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	0000	0000	1000

1001	1010	1100	1111	1010	1010	1010	1000	1110	1101	1001	1001
0110	1001	0101	1100	0101	0001	1001	0001	0001	0000	1100	1000
1010	0000	0010	1010	0100	0100	0000	0010	1000	0110	1110	1100
0000	0000	0000	0100	1000	1100	1100	1000	0100	1100	0100	1010
1100	0000	1000	1100	0000	0000	0000	0100	1100	1100	0100	1000
1000	0100	0000	1100	1000	0100	1000	1000	0000	0100	1100	0000
1000	0000	1100	1100	1100	1000	1100	1000	0000	1000	1000	1000
0100	0000	0100	0000	0100	0000	0100	0000	0100	1100	1000	1000
0000	0000	1000	1100	1000	1000	0000	0100	1000	1000	0000	1100
0000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	0000	0100	0100	0100	1000
0000	1000	1000	1000	1000	0100	1000	0000	0000	0000	1000	0000

13 Binary net $(7, 12, 36)$

As there is no $[62, 51, 5]$ we have $s \leq 61$.

1111	1111	1111	1011	1011	1011	1111	1011	1111	1011	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111
1000	1100	1010	1010	0010	1010	1110	0010	0100	0110	1000	0100	0000	1100	0000	1100	0000	0010
1010	0000	0100	0010	1110	1010	0010	1100	0000	0010	0110	0110	1110	0010	0010	1110	0110	0010
0000	1010	0010	1000	0000	1100	0100	1110	1110	1100	1100	0000	0110	0000	0100	0000	1000	1100
1100	0100	1000	0000	1000	0000	1100	1000	0000	0100	1100	1000	1100	0000	1100	1100	0100	0100
1000	1000	0000	0100	0100	0100	1000	1100	1000	0000	0000	0000	1100	0000	0100	1000	1000	0000
0000	0000	0000	1000	0000	1000	0000	1000	0100	0100	1000	1000	1000	0000	1100	1100	1000	1100
0000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	1100	1000	0100	0100	0000	0000	0100	0000
1000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	0000	1000	1000	0000	0000	1100	1000	1000	1100
0000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	0000	0000	0000	0000	0000	1000	0000	0000	0000	1000
0000	0000	1000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	1000	0000
0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100
1101	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1111	1011	1111	1011	1111	1011	0010	0010	0010
1010	0000	0010	0010	1100	1110	0100	1100	1010	1100	1100	1100	0000	0010	1000	0000	0001	0001
0110	0110	1100	0110	1100	1110	0100	0110	0110	1010	0110	1000	0110	1010	0110	0101	0101	1001
1010	1000	0010	1100	0010	1100	0010	1010	0100	0000	1100	0010	0100	1000	0010	0100	1000	1100
0000	0100	1100	1100	0100	1000	1000	1000	0000	0000	1100	1000	0100	1100	0100	0000	0000	0000
1100	1000	0000	0100	1100	0100	0100	0000	1100	1000	1000	0100	0000	0000	0000	0100	0000	0000
1000	1000	0000	1000	1000	1000	0100	0000	1000	0100	1100	0100	1100	0000	0100	0100	0000	0000
0000	0100	0000	1100	1000	1100	1000	1000	0100	1100	0100	1100	1100	1000	0100	0000	0100	0100
0000	0000	1000	1000	0000	1000	1100	0000	1100	0000	1000	1100	1000	1000	0000	0000	0000	0100
0000	0100	0100	0100	0000	1000	1000	1000	0000	1000	0100	1000	0000	0000	0000	0100	0000	0000
1000	0000	0000	0000	1000	0000	0000	0100	1000	1000	0000	0000	0100	0100	0100	0000	0100	0100
0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	0100	1000	1000	1000

14 Binary net $(8, 13, 45)$

The nonexistence of $[89, 77, 5]$ shows $s \leq 88$.

1100	1101	1101	1101	1101	1001	1101	1101	1001	1001	1101	1001	1101	1001	1001	1001	1001	1001	1001	1101	1001	1001	1001
0001	0100	0110	0100	1110	0110	1110	0110	0010	0000	1110	1000	0010	1110	0110	0010	1110	1010	0110	0110	0110	1010	1010
0010	0010	0100	0010	1100	1000	0000	0100	0000	0010	1000	0010	0100	1000	1100	1000	0000	1000	1100	1100	1100	0100	1100
0000	0010	0000	0100	1100	0100	0000	0000	0000	0000	1100	1000	1100	0000	1100	0000	0100	1000	0100	1100	0100	0100	1000
1000	1000	1000	1000	1100	0100	1000	0000	0100	0100	0000	1000	1100	0100	0000	0100	1100	0100	1000	0100	0000	1100	0000
0000	1000	0000	1000	1000	0000	0100	1100	1100	1000	0100	1100	1100	0000	1000	1000	1100	1000	1000	1100	1100	1000	1100
0000	1000	1000	0000	1000	1000	1000	0100	1000	0000	0000	1000	0000	0000	1100	0000	1100	0100	1000	0100	1100	0100	1000
0000	1000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	0000	0000	0100	1100	1000	1000	0000	0100	1000	1000	0100	0100	1000	1000	0000
1000	0000	0000	0000	0000	1000	1000	1000	1000	1000	0000	1000	1100	1100	0100	0000	0000	1000	0000	0100	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	1000
1000	0000	1000	0000	1000	1000	0000	0000	1000	1000	1000	0000	0000	1000	0000	1000	0000	0000	0000	0000	1000	1000	0000
1000	1000	0000	0000	1000	0000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	0000	0000	1000	1000	1000	1000	1000	0000	1000	1000
1000	0000	0000	0000	1000	1000	1000	1000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	0000	1000	0000	1000	0000	0000	1000	0000

1001	1101	1001	1101	1101	1101	1101	1001	1001	1001	1001	1001	1101	1001	1001	1001	1001	1001	1101	1101	1001	1101
1010	0110	1010	0100	1110	0010	1010	1110	1100	0110	0110	0010	1110	1010	0010	0110	1000	0000	1010	1010	0010	0010
0100	0000	1000	1010	0000	0010	1000	0100	1010	1000	1100	1100	0100	1100	1100	1100	0010	0110	1000	0100	0000	0000
1100	1000	0100	1000	1000	1000	0100	0000	1000	0100	1000	0000	0000	1000	0000	1000	1100	1100	0100	0000	0000	0000
1100	1000	0000	0000	0000	0100	1100	1000	0000	1100	0100	0000	1000	0000	1000	0100	0000	0100	1000	1000	0100	0100
0000	0000	1000	0000	1000	0000	0000	1000	1100	1100	1000	1000	1000	1100	1100	1100	0000	1100	1000	0000	1100	1000
1000	1000	0000	0100	1000	1000	1100	0000	1000	0100	1000	0100	1000	0000	1100	0000	0000	1000	0100	0100	1000	0100
1000	0100	0000	0000	1000	0000	1000	1100	0100	0100	1000	1100	0100	0000	1100	1100	1100	0000	0100	0000	1000	1000
0000	1100	0000	1000	1000	0100	0000	1000	1000	0100	1100	0100	1000	1100	1100	0000	0000	1100	0100	0100	0000	1100
1000	0000	0000	1100	0100	0100	0000	1000	0000	0000	1000	1000	0100	1000	0100	0000	0100	1100	1100	1100	1000	0100
1000	1000	1000	0000	0000	0000	0100	1000	1000	1000	0000	1000	1000	0000	0000	0100	0000	1000	0000	1000	0100	0100
0000	1000	0000	0000	0000	0000	0000	1000	0000	1000	1000	0000	1000	1000	1000	1000	1000	0000	0000	1000	1000	1000
0000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	0000	0000	1000	0000	0000	1000	0000	1000	0000	1000	1000	1000	0000	1000	0000

15 Binary net $(1, 7, 5)$

This is optimal, attributed to Larcher.

10000	00111	00101	01111	00101
00011	10000	00111	01101	01101
00110	01101	10000	00010	01110
00101	01110	00110	10000	00100
00110	01010	00010	01110	10000
01000	01000	00100	00100	01010
00100	00100	01000	01000	01000

16 Binary net $(5, 11, 14)$

There is no $[24, 13, 7]$, hence $s \leq 23$.

10000	01111	00111	01111	01011	01011	00111	00010	01111	01011	00111	10111	11111	00111
01111	10000	01010	00110	01110	01110	01110	01111	00110	00010	00110	11010	11110	00010
01010	00010	10000	01101	00010	01001	01101	01110	01101	01001	01101	10010	00010	11110
00110	01110	01110	10000	01101	00110	01100	00101	00100	01110	01010	10101	01001	11101
01101	01001	01101	01010	10000	00100	00010	01000	01010	00100	01000	11100	00100	01100
01100	00100	01100	00000	01100	10000	00100	00100	01000	01100	00100	00100	10100	10100
00100	01000	00100	01100	00100	01000	10000	00000	00100	00100	00000	01000	11000	11000
01000	01000	00000	00100	00100	00100	01000	10000	00000	01000	01000	01000	10000	00000
00000	00100	01000	01000	00000	00000	00000	01000	10000	00000	01000	00000	01000	10000
00000	00000	00000	00000	01000	01000	01000	01000	01000	10000	00000	01000	01000	01000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	10000	10000	10000

17 Binary net $(6, 12, 17)$

We have $s \leq 24$ as there is no code $[25, 13, 7]$.

10000	00111	01111	00010	00101	01110	01111	00111	01111	01111	00111	00011	11111	11111	10111	11011	10111
01111	10000	00110	01111	01011	00111	01010	00101	00110	01010	00101	01110	10110	11110	11010	00110	00010
01010	01110	10000	00110	00110	00101	00110	00010	01010	01101	01110	01010	11010	10010	01110	10010	01110
00110	00101	00101	10000	01110	01010	00101	01010	01101	00110	00010	01101	11001	11101	01101	01001	11001
01101	01100	00010	01101	10000	01100	00100	01100	00000	01000	01000	00100	10100	00100	10100	11100	01100
00000	01010	01100	01000	01000	10000	01000	01000	01100	00000	01100	00100	10000	00000	11000	01100	10100
01000	00000	01000	00000	01100	00000	10000	01100	00000	00100	01000	01000	10000	01000	00000	10100	11000
01100	01100	01100	00100	01100	01100	01000	10000	01000	00000	00000	01000	01100	11000	10000	10000	00000
01000	00000	01000	01000	01000	00000	00100	00000	10000	00000	01000	00000	00000	10000	10000	00000	10000
00000	01000	00000	01000	00000	01000	01000	00000	00000	10000	00000	00000	00000	10000	00000	10000	10000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	01000	01000	00000	10000	00000	00000	01000	10000	10000	10000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	01000	00000	10000	01000	00000	01000	01000	01000

18 Binary net $(7, 13, 22)$

$s \leq 33$ as there is no $[34, 21, 7]$.

10000	00011	00011	01011	01111	01011	00111	00011	00011	01010	01111	01011	01101	11111	11111	10010	11111	11111	00111	10111	01111	00111
00011	10000	00110	01110	00110	01110	01110	00110	01010	00111	01010	00010	01111	10110	10110	10111	01110	01010	11110	10110	10110	01110
01010	01110	10000	00010	01101	01110	00001	01110	01001	00110	01101	01110	01010	11010	10010	01110	10101	00110	10010	00010	01101	01101
00010	00110	01010	10000	01010	00101	01010	01101	00110	00101	00110	01101	00010	11101	10101	01101	00010	11101	01101	01001	11010	10100
00101	01101	01101	01101	10000	00100	00100	01100	01100	01000	00100	01100	01000	10000	01100	10100	10000	00000	11000	01100	11000	11010
01000	01000	00000	00100	01100	10000	01000	00000	01100	01100	00000	00100	00100	10000	00000	11000	00100	10100	00100	11100	11000	10000
01000	00000	01000	00100	00000	01000	10000	01000	00100	01000	00000	00000	00100	10000	01000	00000	11000	10000	10000	10000	01100	11000
01100	01100	00100	01100	01000	01100	01000	10000	00000	01000	00000	00000	00000	00000	10000	10000	10000	00000	10000	10000	00000	11000
01000	00000	01000	00000	00100	00000	00100	00100	10000	00000	01000	01000	00000	00100	10000	10000	00000	10000	10000	00000	11000	00000
00000	01000	01000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000	01000	01000	10000	00000	11000	10000	01000	10000	10000	01000
00100	00100	00100	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000	00000	01000	10000	10000	10000	00000	01000	01000	10000
00100	00100	00100	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000	00000	01000	00000	01000	10000	10000	10000	10000
00000	00000	00000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	10000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000

19 Binary net $(8, 14, 26)$

No $[44, 30, 7]$, hence $s \leq 43$.

10000	00111	01010	00111	01111	01111	00111	01111	01011	00111	01011	01111	10011
01111	10000	01111	01010	00110	00110	00010	01010	01010	00110	00110	00010	10110
01010	01010	10000	00101	00101	01010	00110	00110	00101	00010	01110	00110	11110
01001	00101	00110	10000	01010	00101	01101	00001	01110	01001	01001	00101	11001
00110	01110	01101	00010	10000	00000	01000	00100	01100	01100	00100	00100	10000
00100	01000	00000	01100	00000	10000	00000	00000	01000	01000	00000	01000	10100
00000	00000	01000	01000	00000	01000	10000	00000	00000	01000	01000	01000	10000
00000	00000	00000	00000	01000	01000	00000	10000	00000	01000	00000	00000	01000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	01000	01000	10000	00000	01000	01000	01000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000	00000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000
00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	10000	00000
01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100
01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000

11111	11111	10111	10111	01011	11011	00111	01011	10111	00111	00011	01111	00111
10110	11110	01110	01010	10110	11010	10110	00110	00010	11010	00010	00110	00110
11010	01110	11101	01010	11010	01110	00110	01110	10010	10110	10010	01101	01101
10001	01101	00010	11101	00101	00101	10101	10101	11001	11001	01101	01010	01010
01000	10100	10000	01000	10000	01000	11000	10000	10100	01100	00100	00000	01100
00100	11000	00100	11100	00100	11100	10100	11100	01100	00100	10100	01000	01000
00000	00000	11000	10000	10000	10000	00000	10000	00000	11000	01000	00100	00000
11000	11000	10000	01000	10000	11000	01000	11000	01000	00000	10000	01000	00000
11000	11000	00000	10000	10000	01000	10000	01000	11000	00000	10000	00000	01000
10000	00000	11000	11000	01000	11000	11000	01000	01000	10000	11000	01000	01000
00000	10000	10000	10000	00000	00000	00000	11000	10000	11000	10000	00000	00000
00000	00000	00000	00000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	00000	00000
01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	01100	10000	01000
01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	01000	10000

20 Binary net $(9, 15, 32)$

$s \leq 56$ as there is no $[57, 42, 7]$.

01111	01111	01011	01111	01111	00010	01111	01111	00111	01111	01011	01111	01111	01111	10000	00011
00110	01101	01010	01101	00110	01111	00010	01010	01110	01010	00110	01010	01010	10000	00111	10110
00101	00110	01110	01010	01101	00110	00110	01101	01010	01110	00110	00110	10000	00101	01110	10110
01100	01010	01101	00110	00100	01101	00101	00110	00001	01101	01001	10000	01001	01110	00101	11001
01100	01000	00100	01000	00010	01000	01100	00000	00100	01000	10000	00101	01110	00100	00100	01100
00010	00100	01100	00100	01000	01000	01000	00100	01100	10000	00100	01100	00100	01010	00100	11100
01000	00000	01000	00000	00000	01000	00000	01000	10000	00100	00100	00000	00100	00100	01010	00000
01000	00000	01000	01000	01000	00100	01000	10000	01000	01000	01000	00000	00000	01000	00000	11000
00000	01000	00000	00000	01000	00000	10000	01000	00000	01000	01000	01000	00000	00000	01000	11000
00000	00000	00000	00000	00000	10000	01000	00000	01000	01000	00000	00000	01000	01000	00000	10000
00000	00000	00000	00000	10000	00000	00000	00000	00000	00000	01000	01000	01000	01000	01000	10000
00000	00000	00000	10000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	01000	10000
00000	00000	10000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000
00000	10000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000
10000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000

10111	10010	00111	01010	00111	01011	10111	00111	11111	01111	01111	10011	00011	01111	11011	11111
10110	00111	11110	00111	01110	00110	01110	01110	01010	00010	11010	10010	01110	00110	10010	11110
11101	01110	10010	00110	00010	01101	11101	11010	10010	01110	00110	00110	00110	00110	11110	01110
01010	00101	10101	10101	11101	10110	10100	01001	10101	01001	00001	01101	00001	01101	01101	00001
11100	01100	11000	00000	10000	10000	10010	10100	00100	01100	00000	01100	01100	10100	01100	00100
00100	10000	01100	11100	10000	00100	10000	10000	00100	10000	10100	10100	01000	11100	10000	00100
10000	11000	00100	11000	01100	10100	11100	01100	11000	11100	11100	10100	00100	11100	10100	01100
00000	01000	11000	01000	01000	00000	10000	00000	11000	10000	01000	11000	01000	00000	01000	11000
01000	01000	10000	00000	00000	11000	11000	00000	01000	11000	10000	00000	11000	10000	11000	00000
11000	10000	01000	00000	11000	01000	01000	01000	11000	01000	00000	01000	11000	10000	10000	11000
00000	10000	01000	11000	01000	01000	01000	10000	01000	01000	10000	01000	10000	10000	00000	01000
00000	00000	10000	10000	10000	10000	00000	10000	00000	10000	01000	00000	11000	10000	11000	11000
10000	10000	00000	00000	10000	10000	10000	10000	00000	10000	10000	00000	10000	01000	10000	10000
00000	10000	10000	10000	10000	00000	10000	00000	10000	10000	00000	10000	10000	00000	10000	10000
00000	00000	10000	10000	00000	10000	10000	10000	00000	00000	10000	10000	10000	00000	10000	00000

21 Binary net $(5, 12, 13)$

The nonexistence of $[24, 13, 7]$ shows $s \leq 23$.

100000	011010	010111	011111	011111	010111	010111	011010	000111	011111	000101	001111	110010
010111	100000	011110	000110	011010	001110	011110	001111	001110	000110	010010	010010	100111
011110	010111	100000	000010	000110	010101	001101	000110	000101	010101	010111	011110	111110
011010	001110	000101	100000	000101	001010	010010	011101	011010	001100	001110	011101	110101
000001	011101	000010	010101	100000	011000	001000	001000	001000	001010	001100	010100	101000
001100	001000	011000	011000	010000	100000	001000	000100	011100	010000	011000	011000	101000
001000	000000	001000	001000	001000	001000	100000	010000	000000	011000	011000	010000	100000
011100	011100	011100	001100	011100	010100	011100	100000	011000	011000	001000	011000	001100
010000	010000	001000	010000	010000	001000	000000	011000	100000	010000	000000	011000	011000
010000	001000	010000	011000	001000	011000	001000	010000	010000	100000	010000	010000	000000
001000	010000	010000	010000	000000	000000	010000	000000	010000	010000	100000	010000	010000
000000	000000	000000	000000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	100000	010000

22 Binary net $(6, 13, 16)$

No $[25, 13, 7]$, hence $s \leq 24$.

100000	001111	010111	000111	001010	011111	000111	001111	001111	011111	011111	000111	110111	101010	110111	101111
000111	100000	011110	011110	001111	000110	011010	001010	000110	010110	001110	001110	101110	111111	111101	010110
000110	010110	100000	001101	000110	010010	010110	010110	000010	010010	011101	011101	110010	110110	011110	100101
010010	001010	001101	100000	011101	010101	011101	001101	000101	001101	010100	011010	101101	100101	011010	001100
001101	011101	000100	011100	100000	010000	001000	000100	001100	011100	000010	010100	111000	001100	111100	111010
011000	000000	011010	011010	011000	100000	000000	010000	000000	000000	010000	001000	111000	010000	100000	001000
011000	010000	010000	001000	011000	001000	100000	000000	001000	000000	001000	010000	100000	010000	010000	101000
000100	011100	011100	001100	011100	001100	000100	100000	000000	001000	000000	000000	011100	100000	110000	111000
010000	010000	000000	010000	000000	010000	001000	011000	100000	001000	001000	001000	010000	100000	101000	000000
010000	000000	010000	010000	000000	000000	010000	010000	000000	100000	000000	000000	010000	100000	010000	101000
010000	000000	000000	000000	010000	010000	010000	010000	001000	000000	100000	000000	000000	001000	100000	100000
000000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	001000	001000	001000	100000	001000	011000	011000	011000
001000	001000	001000	001000	001000	001000	001000	001000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	010000

23 Binary net $(7, 14, 20)$

No $[34, 21, 7]$, hence $s \leq 33$.

100000	010010	001111	000111	000101	011111	011111	010010	000010	010111	010111	011111	100111	111111	101111	100111	110111	010111	100111	001111
001111	100000	010110	001110	001010	011110	000110	011111	001111	011110	000110	010110	111010	100110	101101	011110	011110	101110	110110	100110
000110	011111	100000	010010	001111	010010	010010	010101	001110	000101	010101	011010	101010	100010	010110	110101	000101	110101	010101	010101
011010	011110	010010	100000	001110	001101	010101	010110	000101	010010	001010	000101	111001	111101	011010	011010	111010	001010	010010	101010
010101	011101	001001	001101	100000	000100	001100	000100	001100	011100	000100	010100	111100	011100	111100	100100	000100	100100	011100	110100
010000	001000	000100	011000	001000	100000	000000	001000	000000	010000	011000	001000	100100	010000	100000	011000	101000	010000	101000	101000
011000	000000	011000	000000	000000	001000	100000	011000	001000	011000	010000	001000	100000	001000	010000	100000	101000	100000	101000	011000
010100	000100	001100	011100	000100	010100	001100	100000	000000	010000	011000	000000	011100	100000	100000	110000	000000	101000	100000	010000
000000	011000	000000	010000	000000	000000	010000	000000	100000	010000	010000	000000	001000	100000	100000	000000	101000	100000	000000	100000
000000	000000	010000	010000	000000	000000	000000	010000	000000	100000	010000	000000	000000	100000	010000	110000	100000	000000	110000	100000
010000	010000	010000	010000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	100000	000000	000000	000000	100000	100000	100000	000000	000000	010000
010000	010000	010000	010000	000000	000000	000000	010000	000000	000000	010000	100000	000000	000000	000000	010000	000000	100000	100000	100000
001000	001000	001000	001000	010000	010000	010000	010000	001000	010000	010000	001000	001000	001000	001000	001000	011000	011000	010000	011000
000000	000000	000000	000000	001000	001000	001000	001000	010000	001000	001000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	010000	001000	010000

24 Binary net $(8, 15, 22)$

No $[44, 30, 7]$, hence $s \leq 43$.

011111	011111	000111	011111	011111	011011	010010	001010	011011	011111	011110
011010	010110	001110	010110	010110	000110	011111	001111	000110	001110	001011
011010	001101	011001	001101	011001	010101	000110	000110	001110	011010	010110
010101	010100	011110	001010	010010	010010	011101	001101	010001	000101	011001
011100	011010	010100	010100	001100	011100	011100	010100	000100	001000	100000
010000	001000	011100	011000	000100	001100	001000	010000	011100	100000	011100
001100	010000	010100	010000	011000	001100	001000	010000	100000	010100	001100
001000	010000	010000	001000	001000	011000	001000	100000	000000	010000	000000
001000	001000	001000	010000	010000	010000	100000	011000	011000	011000	010000
000000	000000	000000	001000	000000	100000	011000	010000	010000	000000	011000
000000	000000	000000	000000	100000	000000	010000	000000	001000	001000	010000
000000	000000	000000	100000	000000	000000	000000	001000	010000	000000	000000
000000	000000	100000	000000	000000	000000	000000	010000	000000	010000	010000
000000	100000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000
100000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000

010111	010011	011011	100000	001011	101111	110111	010111	001011	000111	001111
011010	010110	100000	001111	110110	111010	011010	111110	011001	001110	000110
000110	100000	010110	011110	111110	100110	001010	101010	011110	010101	000101
100000	001010	000110	011001	111001	000001	011101	111101	110110	110010	111100
000001	001101	010001	000010	011100	100100	000100	111000	001100	101100	111010
000100	000100	011100	000100	110100	011100	110100	010100	100100	101000	011000
001100	011100	000100	000100	011000	101000	101000	011000	100000	001000	101000
010000	010000	011000	011000	100000	011000	011000	100000	011000	011000	010000
011000	010000	001000	000000	100000	000000	010000	100000	000000	010000	100000
001000	011000	001000	001000	110000	110000	100000	010000	000000	100000	000000
011000	001000	010000	010000	100000	000000	100000	010000	110000	010000	010000
000000	010000	000000	010000	100000	010000	000000	110000	100000	100000	110000
010000	000000	010000	010000	000000	100000	100000	000000	000000	100000	100000
000000	000000	000000	000000	010000	010000	100000	110000	110000	100000	000000
000000	000000	000000	000000	000000	000000	010000	100000	100000	010000	100000

25 Binary net $(9, 16, 24)$

No $[57, 42, 7]$, hence $s \leq 56$.

010111	011111	000111	010111	001111	001111	010111	011010	000111	011111	011111	001111
011110	010110	011110	010101	011110	000110	001010	010111	001010	010010	010110	010010
011010	001101	010101	000110	000101	001101	011110	001110	010101	011110	001010	000110
010101	001010	011100	001010	010100	000100	010101	010101	011110	010101	011101	100000
001000	011000	010010	011000	010010	011100	010000	001100	001100	010100	100000	010101
011000	011000	010000	011100	011000	011010	011000	000000	010000	100000	010000	011000
001000	010000	001000	001000	011000	010000	011100	001000	100000	011100	010100	001100
010000	000100	001000	011000	001000	000000	000000	100000	011000	010000	011000	011000
000100	010000	010000	000000	000000	011000	100000	001000	001000	001000	011000	001000
000000	000000	001000	010000	010000	100000	011000	010000	010000	001000	010000	000000
000000	000000	000000	000000	100000	010000	000000	010000	000000	010000	000000	010000
000000	000000	000000	100000	000000	010000	010000	000000	000000	000000	010000	000000
000000	000000	100000	000000	000000	000000	000000	010000	000000	000000	000000	000000
000000	100000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	010000	010000	010000	000000
100000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	010000
000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000
001111	001111	100000	001010	101111	101111	011010	001011	011111	001101	100111	011111
000110	100000	000011	110111	111010	001010	101111	001110	011101	011111	001110	011110
100000	010110	001110	111110	110110	000110	111101	010110	001010	001010	111101	101010
001101	001101	001110	110101	001001	011101	110110	101001	110110	101000	110010	011101
010100	011100	001001	011000	101000	011000	111000	010100	111000	110110	100100	111000
001010	001010	000100	101100	011000	110000	011000	111100	110100	000100	101000	101000
010000	000000	000100	001000	110100	110100	000100	101000	000000	111000	111000	011000
011000	000000	000000	100000	000100	001000	110000	010000	011000	010000	111000	000100
001000	011000	001000	100000	000000	000000	100000	000000	000000	100000	100000	010000
011000	011000	001000	100000	100000	100000	000000	000000	100000	000000	000000	000000
010000	000000	000000	100000	000000	100000	010000	100000	000000	000000	000000	100000
000000	000000	000000	100000	000000	000000	110000	100000	100000	100000	000000	100000
000000	010000	000000	000000	100000	100000	000000	000000	100000	100000	100000	100000
010000	010000	000000	000000	000000	100000	100000	100000	100000	000000	100000	000000
000000	010000	000000	000000	000000	000000	100000	100000	000000	100000	100000	100000
000000	000000	010000	010000	010000	010000	000000	010000	010000	010000	010000	010000

26 Binary net $(4, 12, 9)$

$s \leq 14$ as there is no $[15, 3, 9]$.

1000000	0000111	0110111	0011111	0110111	0101010	0001111	0101111	0111101
0101111	1000000	0000110	0010110	0111110	0101101	0011010	0111101	0111010
0111110	0011101	1000000	0010101	0111010	0111111	0010110	0001100	0101111
0111101	0011110	0101101	1000000	0001101	0010110	0000101	0110110	0110110
0100010	0001010	0111010	0001100	1000000	0011000	0010000	0110100	0010100
0101000	0010100	0110100	0010010	0001000	1000000	0011100	0001010	0011000
0100000	0011000	0001000	0001000	0110100	0010100	1000000	0000000	0101000
0100000	0010000	0011000	0001000	0010000	0100000	0011000	1000000	0000000
0010100	0011000	0101000	0001000	0101000	0011000	0011000	0111000	1000000
0011000	0100000	0100000	0000000	0000000	0100000	0010000	0010000	0100000
0010000	0010000	0000000	0100000	0100000	0100000	0000000	0010000	0010000
0000000	0000000	0010000	0010000	0010000	0010000	0100000	0100000	0100000

27 Binary net $(5, 13, 11)$

The nonexistence of $[16, 3, 9]$ shows $s \leq 15$.

1000000	0110111	0011111	0100111	0101111	0000111	0011111	0001101	0111111	0001111	0101111
0111111	1000000	0001110	0101010	0100110	0001110	0110110	0010111	0101101	0100110	0001101
0101110	0111110	1000000	0001110	0111101	0111101	0111101	0011110	0000110	0111101	0011010
0100101	0101010	0010101	1000000	0111010	0111100	0000100	0000100	0101010	0111010	0101000
0111010	0100101	0001100	0111101	1000000	0111010	0011010	0011010	0011000	0001000	0110110
0101000	0011100	0011010	0110100	0010100	1000000	0101000	0011000	0100100	0011000	0001000
0100000	0011000	0010000	0011000	0101000	0010100	1000000	0000000	0011000	0100100	0110100
0100000	0010000	0001000	0010000	0000000	0100000	0100000	1000000	0010000	0110000	0010000
0001100	0101000	0010000	0100000	0011000	0101000	0101000	0010000	1000000	0110000	0110000
0010000	0100000	0001000	0011000	0100000	0110000	0000000	0010000	0100000	1000000	0010000
0011000	0100000	0010000	0010000	0000000	0000000	0100000	0001000	0000000	0010000	1000000
0010000	0000000	0100000	0100000	0100000	0100000	0100000	0000000	0010000	0000000	0000000
0000000	0010000	0000000	0000000	0010000	0010000	0010000	0100000	0100000	0100000	0100000

28 Binary net $(7, 15, 16)$

Here $s \leq 20$ as there is no $[21, 6, 9]$.

1101010	1000000	0111111	0001111	0011111	0101111	0111111	0001111	0011111	0111111	0111111	0110111	0101111	0010111	0011111	0011111
1110111	0110111	1000000	0011010	0111101	0101010	0100010	0111010	0110101	0000110	0001101	0101101	0111010	0111110	0101101	0111010
1111110	0101110	0110110	1000000	0100110	0011101	0000110	0110110	0011010	0101101	0011010	0010010	0111101	0001101	0011010	0100110
1101101	0101010	0001101	0101101	1000000	0010110	0110101	0100101	0101110	0100100	0100110	0011110	0110110	0110010	0101000	0011101
1100000	0111101	0011010	0110110	0101010	1000000	0111100	0011100	0010000	0001010	0100100	0101000	0010100	0101000	0010110	0101000
1111000	0011000	0101100	0111000	0101000	0111000	1000000	0011000	0111100	0011000	0111000	0011000	0110000	0000100	0110100	0000100
1100000	0010100	0100000	0100100	0000100	0110100	0011000	1000000	0111000	0110000	0010000	0100100	0001000	0111000	0000000	0110000
1011100	0100000	0101000	0111000	0011000	0100000	0001000	0110000	1000000	0001000	0101000	0111000	0011000	0111000	0001000	0001000
1011000	0110000	0111000	0110000	0010000	0001000	0101000	0101000	0110000	1000000	0000000	0000000	0000000	0010000	0110000	0110000
1010000	0100000	0000000	0000000	0100000	0110000	0010000	0010000	0111000	0110000	1000000	0000000	0100000	0100000	0010000	0010000
1000000	0011000	0100000	0010000	0110000	0010000	0100000	0100000	0000000	0100000	0100000	1000000	0000000	0100000	0000000	0100000
1000000	0010000	0010000	0100000	0100000	0000000	0010000	0100000	0010000	0010000	0010000	0100000	1000000	0000000	0100000	0010000
1010000	0000000	0010000	0000000	0000000	0100000	0100000	0100000	0000000	0100000	0010000	0010000	0100000	1000000	0110000	0100000
1000000	0000000	0000000	0010000	0010000	0010000	0000000	0010000	0100000	0010000	0100000	0100000	0100000	0000000	1000000	0100000
1000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0000000	0010000	0100000	0100000	1000000

29 Binary net $(5, 14, 10)$

The nonexistence of $[16, 3, 9]$ shows $s \leq 15$.

10000000	00111111	00111111	01101111	00011111	01011111	01011111	01011111	00101111	01001111
01000111	10000000	00001101	00011101	00011010	00111101	01011010	01011010	00011001	01100110
01011101	00111101	10000000	00001010	00110110	01100110	01011001	00101101	00001010	01001010
01101110	00101010	00001010	10000000	00111101	01101010	01101100	00001000	00111100	01111101
01101010	00001000	00011000	01110110	10000000	00010100	01010110	01111000	00110110	01011000
01111000	00001000	00110110	01101000	00101000	10000000	00110100	00110110	00011000	00011000
01010100	00110110	00010100	01111000	00010000	00111000	10000000	00100100	00110100	00100100
01000000	00100100	00101000	00000100	00100100	01010000	00101000	10000000	00000000	00110000
01000000	00010000	00110000	00010000	00001000	00101000	01100000	00010000	10000000	00100000
00011000	00100000	00110000	00110000	00110000	00110000	00100000	01010000	00100000	10000000
00010000	01000000	00100000	01010000	00000000	01000000	00000000	01100000	00110000	01110000
00100000	00100000	01000000	01000000	00000000	00000000	01100000	01000000	00000000	00000000
00000000	00010000	00010000	00000000	01000000	01000000	01000000	01000000	00100000	00100000
00100000	00000000	00000000	00100000	00100000	00100000	00010000	00100000	01000000	01000000

30 Binary net $(6, 15, 12)$

No $[18, 4, 9]$, hence $s \leq 17$.

11001111	10000000	00010111	00111111	00011101	01100111	00001111	01011111	00001111	01101111	01111111	01011111
11011101	00101111	10000000	01101110	00001111	01011110	01011101	00011010	00101010	01111101	01101101	00110110
11111010	00100101	01001101	10000000	00100110	01101101	01001010	01010110	00011101	01111010	00111010	01111101
11100110	00011110	01101010	01010010	10000000	00111010	01011000	00010101	00100110	01101000	01111000	01001010
11101000	00111100	01111110	00010101	00001010	10000000	01100110	00010000	00001000	00011000	00101000	01111000
11010100	00010100	01100100	00001000	00111000	00101000	10000000	01101100	00010100	00110110	01110110	01110000
11100000	00110010	00111000	01000100	00010100	01000100	00010100	10000000	00110000	00100100	01100100	01101000
11000000	00101000	00110000	01011000	00110000	00110000	01010000	01101000	10000000	00010000	00110000	00000100
10111000	00011000	01111000	01011000	00011000	01011000	01111000	01011000	00111000	10000000	00010000	00010000
10100000	00000000	01000000	00010000	00010000	01010000	00010000	00100000	00010000	01110000	10000000	01000000
10100000	00110000	00010000	01000000	00100000	00010000	01000000	00010000	00010000	01000000	00000000	10000000
10000000	01000000	01000000	01000000	00100000	00000000	00000000	01000000	00000000	00000000	01100000	00000000
10010000	00000000	00100000	00000000	01000000	01000000	01000000	01000000	00000000	00000000	00000000	01000000
10000000	00100000	00100000	00000000	00100000	00000000	00000000	00000000	01000000	01000000	01000000	01000000
10000000	00000000	00000000	00100000	00000000	00100000	00100000	00100000	00100000	00100000	00100000	00100000

31 Binary net $(7, 16, 14)$

No $[21, 6, 9]$, hence $s \leq 20$.

01000000	01101011	01011111	01111111	01111111	00111111	01001111	00001111	00101111	01111111	01001111	00011111	01001111	00111111
00001101	01011110	01001010	01110100	00111000	01001100	00111100	00111010	01011100	00000110	01011010	00110110	00011001	10000000
00011111	01110110	01111000	00001010	01101010	01111010	00101010	01111100	00111010	01001100	01000110	00011010	10000000	01011001
00111100	01111100	01010100	00111000	00110100	01100110	01010110	01110110	01110110	01011010	01111100	10000000	00000100	01100100
00101010	01110000	00110100	01010010	01001000	01010100	00011000	00011000	01100100	01100100	10000000	00001100	00011000	01101000
00010110	01110100	00111000	01001000	00100100	00010000	01010100	01110000	01010000	10000000	00110100	00110100	01100100	01010010
00110000	01000000	00100010	00100100	01010010	01001000	00110000	01000100	10000000	00010000	00110000	00100000	01100010	01110100
00111000	00111000	01010000	01100000	01000000	01100000	00100000	10000000	00011000	00101000	01011000	00001000	01111000	01011000
00100100	00110000	01100000	01000000	00010000	00010000	10000000	00100000	01110000	01110000	00100000	00010000	01110000	00010000
00000000	00100000	01000000	00010000	01100000	10000000	01100000	01010000	01100000	00110000	00110000	00100000	00010000	00110000
00010000	00010000	00010000	01000000	10000000	01100000	01010000	00100000	00000000	01000000	01100000	00100000	00110000	00110000
00100000	00100000	00110000	10000000	01000000	00010000	01000000	01000000	00000000	00000000	01000000	00110000	00100000	01000000
00000000	00000000	10000000	00100000	00100000	01000000	00000000	01000000	01000000	01100000	00000000	00000000	00100000	00000000
00100000	10000000	00000000	00100000	00100000	00000000	01000000	01000000	00000000	00100000	01000000	00000000	00000000	00000000
10000000	00100000	00100000	00000000	00100000	00000000	00000000	00000000	01000000	01000000	01000000	00100000	00000000	00100000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000	00100000	00100000	00100000	00100000	00000000	00100000	01000000	01000000	01000000

32 Binary net $(6, 16, 11)$

$s \leq 17$ as there is no $[18, 4, 9]$.

010000000	000010111	001011111	000110111	010000110	010010111	011010110	001101100	000111011	011001110	000011011
000011010	010000000	000101100	001011100	010101111	011111100	000101111	010011011	001001101	001101011	010101101
001100101	000101110	010000000	001001110	011111010	011100100	000011100	001110010	010101000	011110100	001111000
001101100	000011100	000010110	010000000	010110000	000111010	011101000	011010100	010110100	001011000	010100100
000010000	000101000	001111000	000100000	010000000	001101000	000010010	010001000	010110010	010110010	100000000
000111000	000001100	001110100	001000100	001011000	011000000	011110000	011010000	011010000	100000000	001110010
001010010	000111000	001100000	000101000	000100100	011110000	010100000	001000000	100000000	010010000	011101000
000100000	000100000	000110000	000110000	001000000	010001000	001100000	100000000	011100000	001100000	010010000
001010000	000010000	000101000	001100000	001010000	010000000	100000000	011100000	001000000	010100000	001100000
001100000	000100000	000000000	000100000	000100000	100000000	011100000	010000000	001100000	001000000	001000000
000000000	000000000	000100000	001010000	100000000	001000000	010000000	001100000	011000000	011000000	010000000
001000000	000100000	000100000	100000000	000000000	000100000	001000000	010000000	011000000	010000000	001000000
000100000	000000000	100000000	000000000	000100000	000000000	010000000	010000000	000000000	000100000	011000000
001000000	100000000	000000000	001000000	000100000	000100000	000100000	000100000	010000000	000000000	010000000
100000000	000000000	000000000	001000000	000000000	000000000	000000000	000000000	000100000	010000000	010000000
000000000	001000000	001000000	000000000	001000000	001000000	001000000	001000000	001000000	001000000	001000000

References

[1] A.E. Brouwer: Data base of bounds for the minimum distance for binary, ternary and quaternary codes,
URL http://www.win.tue.nl/win/math/dw/voorlincod.html or
URL http://www.cwi.nl/htbin/aeb/lincodbd/2/136/114 or
URL ftp://ftp.win.tue.nl/pub/math/codes/table[234].gz.

[2] Y.Edel, J.Bierbrauer: *Construction of digital nets from BCH-codes,* submitted for publication in the Proceedings of MC&QMC, Salzburg 1996.